МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Национальный исследовательский университет ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ

Расчётно-графическая работа. Математический анализ №1

по теме «Множества»

Вариант №6

Выполнила группа №6, Поток 15.1:

Студенты: Эминов Расим,

Бободжонов Комронджон,

Носов Георгий,

Солиев Илхом

Преподаватель:

Беспалов Владимир Владимирович

Санкт-Петербург, 2023

Дата сдачи: 25.11.2023

Задание 1.1

Перечислите элементы множества:

K = {x : x < 12, x - натуральное число}

Решение:

K = {x : x < 12, x - натуральное число} = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11}.

Задание 1.2

Опишите множество при помощи характеристического свойства:   
M = { Множество неотрицательных нечетных чисел 1, 3, 5, 7,....}

Решение:

M={x ∣ x ∈ N и x=2n+1 для некоторого n ∈ N0 }

{ и для некоторого }

Здесь N обозначает множество натуральных чисел, а N0— множество натуральных чисел включая ноль. Выражение x=2n+1 указывает на то, что ‘x’ является нечетным числом, так как оно представляет собой удвоенное натуральное число (включая ноль) плюс один.

Задание 1.3

Эквивалентны ли следующие множества: и

Решение:

Рассмотрим множество .

Решим уравнение .

Рассмотрим множество .

Решим квадратное уравнение .

Исходя из 0-го значения дискриминанта, мы имеем один корень.

Таким образом у нас получилось так .

Исходи из того, что , множества являются эквивалентными.

Задание 1.4

Даны множества:

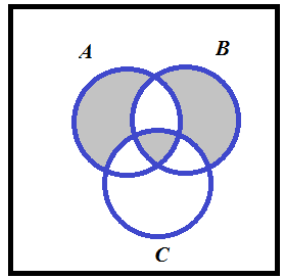
Требуется найти:

Определения:

* Объединение:
* Пересечение:
* Вычитание:
* Симметрическое вычитание:
* Дополнение:

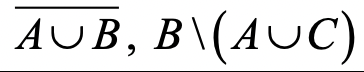
Решение:

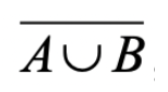
Задание 1.5

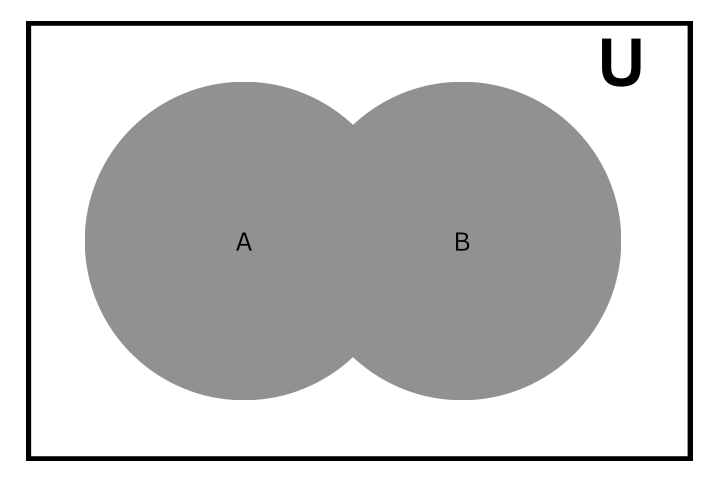
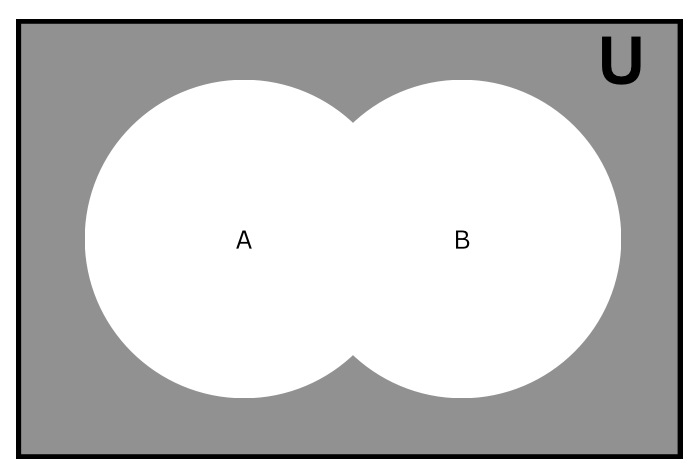
Опишите множество, соответствующее закрашенной части диаграммы Венна:

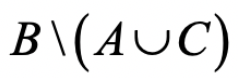
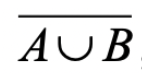
Решение:

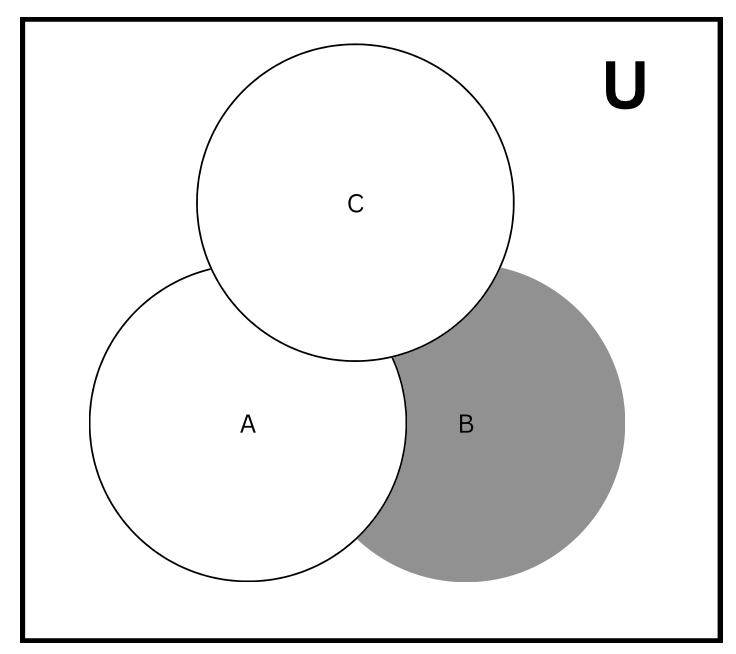
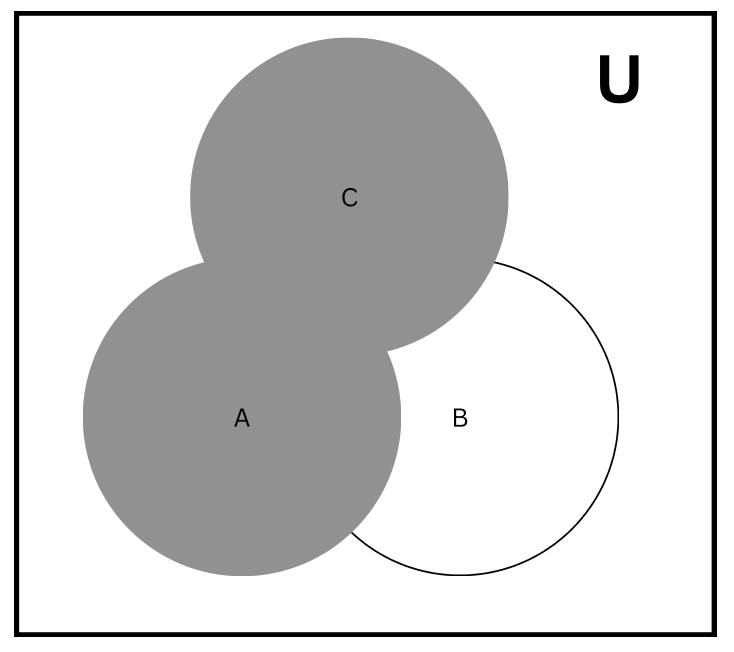
Задание 1.6

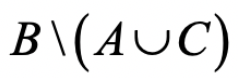
Для каждого из приведенных ниже множеств используйте диаграммы Венна и заштрихуйте те ее части, которые изображают заданные множества:

Решение:

a)Screen Shot 2023-11-19 at 13.55.39.png



b)

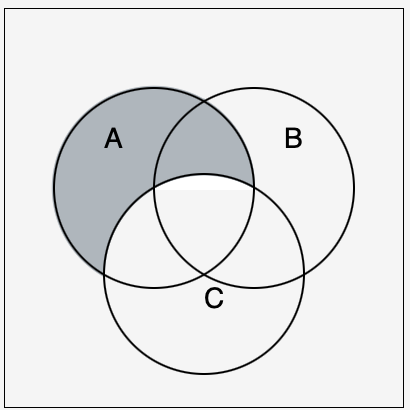
Screen Shot 2023-11-19 at 14.01.09.png

Задание 1.7

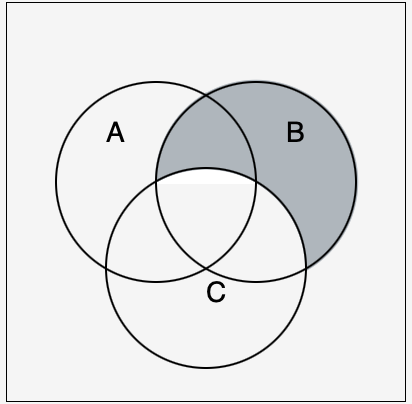
С помощью диаграммы Венна проверьте справедливость соотношения

Решение:

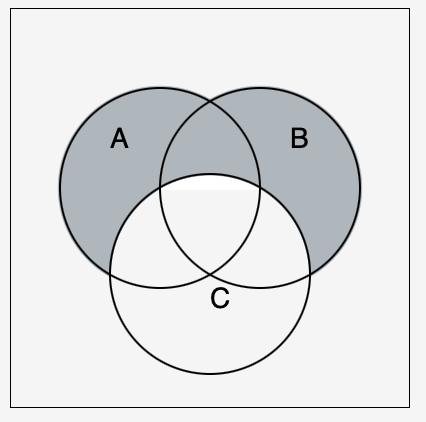
С помощью диаграммы Венна построим множество



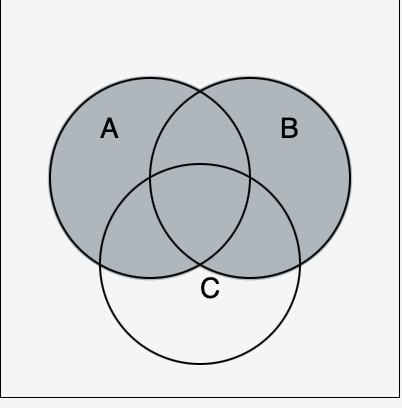
(A \ C)



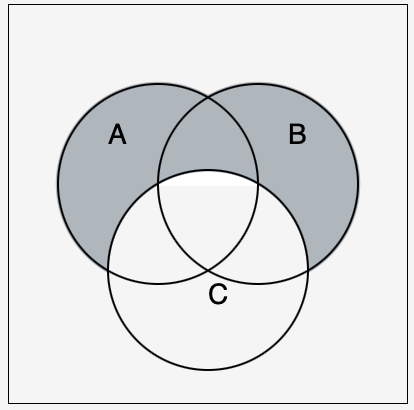
(B \ C)



(A \ C) ∪ (B \ C)



(A ∪ B)



(A ∪ B) \ C

С помощью диаграммы Венна построим множество

Таким образом .

Задание 1.8

Доказать тождество , используя свойства операций.

Решение:

Задание 1.9

Опрос группы студентов показал, что 70 % из них любят

ходить в кино, 60 % – в театр, 30% – в музей. В кино и театр

ходят 40 % студентов, в кино и в музей – 20 %, в театр и в

музей – 10 %. Сколько студентов (в %) ходят в кино, театр и

в музей?

Решение:

|A| = 70% (кино)

|B| = 60% (театр)

|С| = 30% (музей)

|A ∩ B| = 40% (кино и театр)

|A ∩ C| = 20% (кино и музей)

|B ∩ C| = 10% (театр и музей)

Чтобы найти |A ∩ B ∩ C|, нам нужно из суммы процентов групп, посещающих по два места, вычесть сумму процентов каждой группы по отдельности и добавить неизвестный нам процент студентов, посещающих все три места.

|A∩B∩C| = |A|+ |B| + |C| - |A∩B| - |A∩C| - |B∩C| - |A ∪ B ∪ C|

Заметим, что |A ∪ B ∪ C| не может быть больше 100%, так что максимальное значение для ∣A∪B∪C∣ - это 100%.

Процент студентов, которые любят ходить и в кино, и в театр, и в музей

|A∩B∩C|, можно рассчитать, вычтя из суммы процентов студентов, которые любят ходить и в кино, и в театр |A ∩ B|, и в кино, и в музей |A ∩ C|, и в театр, и в музей |B ∩ C| , сумму процентов студентов, которые любят ходить в каждое место отдельно |A∩B∩C|, и добавим общий процент студентов, чтобы скорректировать пересечения.

|A ∩ B ∩ C| = ( |A ∩ B| + |A ∩ C| + |B ∩ C| ) - ( |A|+ |B| + |C| ) +100% =   
= (40% +20% + 10%) - (70% + 60% + 30%) + 100% = 10%

Ответ: 10% студентов любят ходить и в кино, и в театр, и в музей.

Задание 1.10

Используя формулу включений-исключений, решите задачу. Сколько натуральных чисел от 1 до 10000 не делится ни на a, ни на b, ни на c, ни на d?

a = 3, b = 8, c = 16, d = 7;

Решение:

Если число делится на 16, то оно делится и на 8. Поэтому число 16 можно в условии задачи опустить.

Пусть А, В, С – множества целых положительных чисел, не превосходящих 1000, делящихся нацело на 3, 8, и 7 соответственно. Тогда:Screen Shot 2023-11-19 at 14.10.51.png

– множества целых положительных чисел, не превосходящих 10000 и делящихся нацело на 24 = 3⋅8, 21 = 3⋅7, 56 = 8⋅7 и 168 = 3⋅8⋅7 соответственно.

Тогда, используя формулу включения и исключения имеем:Screen Shot 2023-11-19 at 14.13.47.png

= (10000/3) + (10000/8) + (10000/7) - (10000/24) - (10000/21) -  
- (10000/56) + (10000/168) = 5000

Следовательно, количество целых положительных чисел, не превосходящих 10000 и не делящихся нацело ни на одно из чисел 3, 8, 16 и 7, равно 10000 – 5000 = 5000.

Ответ: 5000 целых положительных чисел, не превосходящих 10000 и не делящихся нацело ни на одно из чисел 3, 8, 16 и 7.

Задание 1.11

Методом математической индукции доказать, что при :   
 кратно 18.

Решение:

Для доказательства по методу математической индукции, мы будем выполнять два шага: базовый шаг и шаг индукции.

Базовый шаг:

1. При n = 1: Подставим n = 1 в выражение :

Это число кратно 18, так как 36 делится на 18 без остатка.

Шаг индукции:

2. Предположим, что для некоторого положительного натурального числа , формула кратна 18.

3. Доказательство для : Теперь докажем, что при условии, что кратно 18, также и кратно 18.

Мы знаем, что кратно 18 (по предположению индукции). Таким образом, можно выделить в выражении .

Таким образом, мы представили выражение в виде разности двух слагаемых, каждое из которых кратно 18, следовательно и самовыражения будет кратно 18.

Задание 1.12

Доказать, что при любом натуральном n выполняется равенство:

.

Решение:

Пусть , тогда:

Считая, что для равенство верно, рассмотрим :